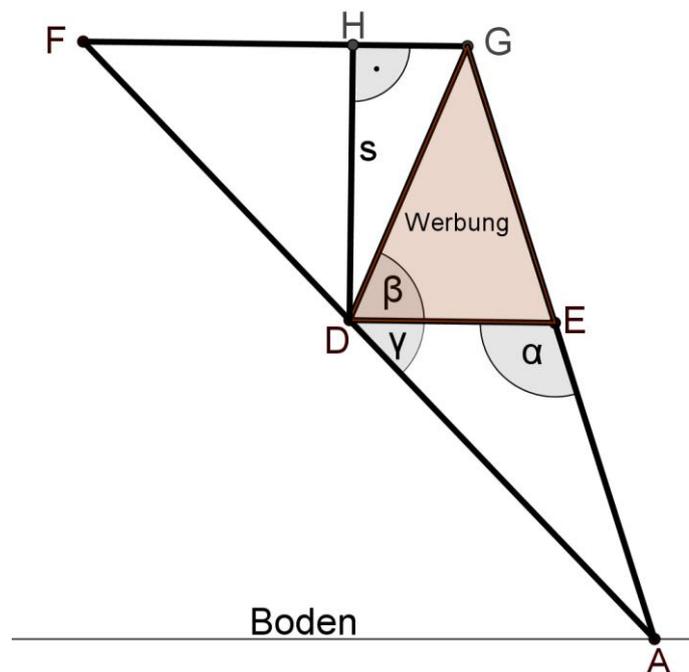


Musterprüfung Mathematik an Wirtschaftsschulen Aufgabe B3 Trigonometrie



Die Skizze zeigt den rechten unteren Teil eines Hochspannungsmastes. Teile des Mastes müssen wegen Rostschäden mit Spezialfarbe gestrichen werden. Die Strecken $[DE]$ und $[FG]$ verlaufen parallel zum Boden.

Es gelten folgende Maße:

$$\overline{AE} = 1,94\text{m}, \overline{DE} = 1,19\text{m}, \alpha = \sphericalangle DEA = 108,14^\circ$$

$$\beta = \sphericalangle EDG = 67,65^\circ, \gamma = \sphericalangle ADE = 45,75^\circ, \overline{FD} = 2,25\text{m}, \overline{FG} = 2,23\text{m}$$

Aufgabe B3.1 (3 Punkte)

Berechnen Sie die Länge der Metallstange \overline{DA} . (Ergebnis: $\overline{DA} = 2,57\text{m}$)

Aufgabe B3.2 (5 Punkte)

Die Metallstangen, die das Dreieck AGF begrenzen, werden mit Rostschutzfarbe angestrichen.

Berechnen Sie die Gesamtlänge der zu streichenden Metallstangen.

(Zwischenergebnis: $\overline{GE} = 1,70\text{m}$)

Auf Grund der Rostschäden soll zur Stabilisierung eine Strebe s senkrecht zur Strecke $[FG]$ eingezogen werden.

Aufgabe B3.3 (4 Punkte)

Berechnen Sie die Länge der Strebe s .

Aufgabe B3.4 (3 Punkte)

Eine Firma will die dreieckige Fläche DEG für Werbezwecke nutzen.
Berechnen Sie die Fläche, die für das Firmenlogo zur Verfügung steht.

Lösung

Aufgabe B3.1 (3 Punkte)

Berechnen Sie die Länge der Metallstange \overline{DA} . (Ergebnis: $\overline{DA} = 2,57m$)

Lösung zu Aufgabe B3.1

Seitenlänge bestimmen

Für die Lösung dieser Aufgabe erinnern wir uns an den Sinussatz für beliebige Dreiecke. Daher folgt für unser Dreieck AED :

$$\frac{\overline{DA}}{\sin\alpha} = \frac{\overline{AE}}{\sin\gamma} = \frac{\overline{DA}}{\sin(108,14^\circ)} = \frac{1,94}{\sin(45,75^\circ)}$$

Auflösen nach \overline{DA} ergibt:

$$\overline{DA} = \frac{1,94}{\sin(45,75^\circ)} \cdot \sin(108,14^\circ) = 2,57m$$

Aufgabe B3.2 (5 Punkte)

Die Metallstangen, die das Dreieck AGF begrenzen, werden mit Rostschutzfarbe angestrichen. Berechnen Sie die Gesamtlänge der zu streichenden Metallstangen. (Zwischenergebnis: $\overline{GE} = 1,70m$)

Lösung zu Aufgabe B3.2

Winkelgröße bestimmen

Als erstes müssen wir die fehlenden Winkel im Dreieck EGD bestimmen. Der Winkel GED ist der Nebenwinkel von α und ergibt somit:

$$\sphericalangle GED = 180^\circ - 108,14^\circ = 71,86^\circ$$

Der Winkel DGE lässt sich nun durch die Innenwinkelsumme im Dreieck ermitteln:

$$\sphericalangle DGE = 180^\circ - 67,65^\circ - 71,86^\circ = 40,49^\circ$$

Seitenlänge bestimmen

Nun können wir, da wir die Länge der Strecke \overline{DE} kennen, über den Sinussatz die Länge der Strecke \overline{GE} berechnen:

$$\frac{\overline{GE}}{\sin(67,65^\circ)} = \frac{1,19}{\sin(40,49^\circ)}$$

Auflösen nach \overline{GE} ergibt:

$$\overline{GE} = \frac{1,19}{\sin(40,49^\circ)} \cdot \sin(67,65^\circ) = 1,70m$$

Umfang eines Dreiecks

Hieraus folgt für den Umfang des gesamten Dreiecks:

$$U = 1,70 + 1,94 + 2,23 + 2,57 = 10,69 m$$

Auf Grund der Rostschäden soll zur Stabilisierung eine Strebe s senkrecht zur Strecke $[FG]$ eingezogen werden.

Aufgabe B3.3 (4 Punkte)

Berechnen Sie die Länge der Strebe s .

Lösung zu Aufgabe B3.3**Seitenlänge bestimmen**

Analog zur vorherigen Aufgabe können wir über den Sinussatz nun die Länge der Strecke \overline{DG} berechnen. Es gilt:

$$\frac{\overline{DG}}{\sin(71,86^\circ)} = \frac{1,70}{\sin(67,65^\circ)}$$

Auflösen nach \overline{DG} ergibt:

$$\overline{DG} = \frac{1,70}{\sin(67,65^\circ)} \cdot \sin(71,86^\circ) = 1,75m$$

Winkelgröße bestimmen

Sehen wir uns nun das rechtwinklige Dreieck DGH an. Wir erkennen, dass der Winkel DGH ein Z-Winkel zu β ist. Daher folgt für den Winkel DGH = $\beta = 67,65^\circ$.

Seitenlänge bestimmen

Nun wissen wir, dass der Sinus von β das Verhältnis der Gegenkathete s zur Hypotenuse \overline{DE} ist.

$$\sin(67,65^\circ) = \frac{s}{1,75} \rightarrow s = 1,75 \cdot \sin(67,65^\circ) = 1,62m$$

Aufgabe B3.4 (3 Punkte)

Eine Firma will die dreieckige Fläche DEG für Werbezwecke nutzen. Berechnen Sie die Fläche, die für das Firmenlogo zur Verfügung steht.

Lösung zu Aufgabe B3.4**Flächeninhalt eines Dreiecks**

Die Höhe des Dreiecks DEG ist gleich der Streckenlänge s und somit 1,62 m. Mit Hilfe der Flächenformel für Dreiecke ergibt sich:

$$A_{DEG} = \frac{\overline{DE} \cdot s}{2} = \frac{1,19 \cdot 1,62}{2} = 0,96m^2$$