



Mathematik I

Aufgabe B 2

Haupttermin

B 2.0 Die Raute ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Diagonalschnittpunkt M der Raute ABCD liegt. Es gilt: $\overline{AC} = 10 \text{ cm}$; $\overline{BD} = 12 \text{ cm}$; $\sphericalangle CAS = 60^\circ$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$.

Berechnen Sie sodann die Länge der Strecke [MS].

[Ergebnis: $\overline{MS} = 8,66 \text{ cm}$]

3 P

B 2.2 Parallele Ebenen zur Grundfläche der Pyramide ABCDS schneiden die Kanten der Pyramide ABCDS in den Punkten $E_n \in [AS]$, $F_n \in [BS]$, $G_n \in [CS]$ und $H_n \in [DS]$, wobei die Winkel E_nMA das Maß φ mit $\varphi \in]0^\circ; 90^\circ[$ haben. Die Rauten $E_nF_nG_nH_n$ sind die Grundflächen von Pyramiden $E_nF_nG_nH_nM$ mit der Spitze M.

Zeichnen Sie die Pyramide $E_1F_1G_1H_1M$ für $\varphi = 55^\circ$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.

1 P

B 2.3 Berechnen Sie die Länge der Seitenkanten $[E_nM]$ der Pyramiden $E_nF_nG_nH_nM$ in Abhängigkeit von φ .

[Ergebnis: $\overline{E_nM}(\varphi) = \frac{4,33}{\sin(60^\circ + \varphi)} \text{ cm}$]

2 P

B 2.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Diagonalen $[E_nG_n]$ der Rauten $E_nF_nG_nH_n$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$\overline{E_nG_n}(\varphi) = \frac{8,66 \cdot \cos \varphi}{\sin(60^\circ + \varphi)} \text{ cm}$.

3 P

B 2.5 Die Punkte E_n , F_n , G_n , H_n , M und S sind die Eckpunkte von Körpern, die sich jeweils aus zwei Pyramiden zusammensetzen.

Begründen Sie, dass sich das Volumen V dieser Körper wie folgt berechnen lässt:

$V = \frac{1}{3} \cdot A_{\text{Rauten } E_nF_nG_nH_n} \cdot \overline{MS}$.

Berechnen Sie sodann das Volumen V dieser Körper in Abhängigkeit von φ .

[Ergebnis: $V(\varphi) = 129,87 \cdot \left(\frac{\cos \varphi}{\sin(60^\circ + \varphi)} \right)^2 \text{ cm}^3$]

5 P

B 2.6 Für den Körper mit den Eckpunkten E_0 , F_0 , G_0 , H_0 , M und S gilt: $\overline{E_0M} = 4,33 \text{ cm}$.

Berechnen Sie den prozentualen Anteil des Volumens dieses Körpers am Volumen der Pyramide ABCDS.

3 P