

Mathematik I

Haupttermin

Aufgabe A 2

A 2.0 Das gleichschenklige Trapez ABCD hat die parallelen Seiten [AB] und [CD] mit $\overline{AB} = 16 \text{ cm}$ und $\overline{CD} = 9 \text{ cm}$. Der Mittelpunkt der Seite [CD] ist der Punkt E, der Mittelpunkt der Seite [AB] ist der Punkt F. Es gilt: $\overline{EF} = 7 \text{ cm}$.
Das gleichschenklige Trapez ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS, deren Spitze S senkrecht über dem Punkt E liegt. Es gilt: $\overline{ES} = 10 \text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

A 2.1 Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei die Punkte E und F auf der Schrägbildachse liegen sollen.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45^\circ$.

2 P

A 2.2 Berechnen Sie das Maß φ des Winkels SFE und die Länge der Strecke [SF].

[Ergebnisse: $\varphi = 55,01^\circ$; $\overline{SF} = 12,21 \text{ cm}$]

2 P

A 2.3 Punkte M_n liegen auf der Strecke [SF]. Die Punkte M_n sind die Mittelpunkte der Trapezseiten $[P_nQ_n]$ von Trapezen DCQ_nP_n mit $P_n \in [AS]$ und $Q_n \in [BS]$. Die Winkel FEM_n haben das Maß ε mit $\varepsilon \in [0^\circ; 90^\circ[$.

Zeichnen Sie das Trapez DCQ_1P_1 für $\varepsilon = 65^\circ$ in das Schrägbild zu 2.1 ein.

1 P

A 2.4 Zeigen Sie rechnerisch, dass für die Länge der Strecken $[SM_n]$ in Abhängigkeit von ε gilt:

$$\overline{SM_n}(\varepsilon) = \frac{10 \cdot \cos \varepsilon}{\sin(55,01^\circ + \varepsilon)} \text{ cm}.$$

3 P

A 2.5 Das Trapez DCQ_2P_2 ist ein Rechteck.

Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß ε .

$$[\text{Teilergebnis: } \overline{P_nQ_n}(\varepsilon) = \frac{13,10 \cdot \cos \varepsilon}{\sin(55,01^\circ + \varepsilon)} \text{ cm}]$$

5 P

A 2.6 Unter den Höhen $[EM_n]$ der Trapeze DCQ_nP_n hat die Höhe $[EM_0]$ des Trapezes DCQ_0P_0 die minimale Länge.

Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß ε .

Ermitteln Sie sodann durch Rechnung, in welchem Verhältnis das Volumen der Pyramide ABCDS durch die von den Eckpunkten des Trapezes DCQ_0P_0 festgelegte Ebene geteilt wird.

4 P