

Mathematik I

Aufgabengruppe A

Aufgabe A 2

A 2.0 Die Punkte $A(1|-1)$, $B_n(3+4 \cdot \cos \varphi | 1-3 \cdot \sin^2 \varphi)$ mit $\varphi \in [0^\circ; 123,27^\circ[$ und $C(5|1)$ sind Eckpunkte von Vierecken AB_nCD_n . Der Punkt S ist der Schnittpunkt der Diagonalen der Vierecke AB_nCD_n und zugleich der Mittelpunkt der Diagonale $[AC]$. Gleichzeitig teilt der Punkt S die Diagonalen $[B_nD_n]$ im Verhältnis $\overline{B_nS} : \overline{SD_n} = 1 : 3$.

A 2.1 Zeichnen Sie die Vierecke AB_1CD_1 für $\varphi = 90^\circ$ und AB_2CD_2 für $\varphi = 60^\circ$ in ein Koordinatensystem.

Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leq x \leq 7$; $-3 \leq y \leq 7$

2 P

A 2.2 Die Punkte B_n können auf die Punkte D_n abgebildet werden.

Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte D_n in Abhängigkeit von φ . Zeigen Sie sodann rechnerisch, dass sich die Gleichung des Trägergraphen p der Punkte D_n in

der Form $y = -\frac{1}{16} \cdot (x-3)^2 + 6$ darstellen lässt.

[Teilergebnis: $D_n(3-12 \cdot \cos \varphi | -3+9 \sin^2 \varphi)$]

Zeichnen Sie sodann den Trägergraphen p in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.

5 P

A 2.3 Unter den Vierecken AB_nCD_n gibt es ein Drachenviereck AB_3CD_3 .

Zeichnen Sie dieses Drachenviereck in das Koordinatensystem zu 2.1 ein.

Bestimmen Sie rechnerisch den zugehörigen Wert für φ sowie die Koordinaten des Punktes B_3 . (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

4 P

A 2.4 Zeigen Sie, dass sich der Flächeninhalt $A(\varphi)$ der Vierecke AB_nCD_n in Abhängigkeit von φ wie folgt darstellen lässt:

$A(\varphi) = (-24 \cdot \cos^2 \varphi + 16 \cdot \cos \varphi + 16)$ FE.

4 P

A 2.5 Unter den Vierecken AB_nCD_n besitzt das Viereck AB_0CD_0 den größten Flächeninhalt A_{\max} .

Berechnen Sie diesen Flächeninhalt und den zugehörigen Wert von φ . (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)

2 P