Abschlussprüfung 2002

an den Realschulen in Bayern

Mathematik I **Aufgabengruppe B** **Aufgabe B 3**

B 3.0 Im Drachenviereck ABCD schneiden sich die Diagonalen [AC] und [BD] im Punkt E und es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$, $\overline{AE} = 2{,}5\text{ cm}$ und $\overline{BD} = 6\text{ cm}$.
Das Drachenviereck ABCD ist die Grundfläche einer Pyramide ABCDS. Die Spitze S liegt senkrecht über dem Punkt E der Grundfläche ABCD mit $\overline{ES} = 10\text{ cm}$.

B 3.1 Zeichnen Sie ein Schrägbild der Pyramide ABCDS, wobei [AC] auf der Schrägbildachse liegen soll.
Für die Zeichnung: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$
Berechnen Sie sodann das Maß γ des Winkels SCA auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet.
[Teilergebnis: $\gamma = 53{,}13°$]

B 3.2 Zur Grundfläche parallele Ebenen schneiden die Pyramidenkanten [AS] in Punkten P_n, [BS] in Q_n, [CS] in R_n und [DS] in T_n sowie die Pyramidenhöhe [ES] in F_n. Der Punkt E ist die Spitze von Pyramiden $P_nQ_nR_nT_nE$. Der Winkel R_nES hat das Maß φ mit $0° < \varphi < 90°$.
Zeichnen Sie die Pyramide $P_1Q_1R_1T_1E$ für $\varphi = 65°$ in das Schrägbild zu 3.1 ein.

B 3.3 Bestätigen Sie rechnerisch, dass man die Kantenlänge $\overline{ER_n}(\varphi)$ in Abhängigkeit von φ gerundet wie folgt darstellen kann:

$$\overline{ER_n}(\varphi) = \frac{6}{\sin(143{,}13° - \varphi)}\text{ cm}$$

Geben Sie sodann das Maß φ_0 an, so dass die Kante $[ER_0]$ am kürzesten ist.

B 3.4 Zeigen Sie, dass für die Höhen $\overline{EF_n}(\varphi)$ sowie für die Diagonalenlängen $\overline{P_nR_n}(\varphi)$ der Pyramiden $P_nQ_nR_nT_nE$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{EF_n}(\varphi) = \frac{6 \cdot \cos\varphi}{\sin(143{,}13° - \varphi)}\text{ cm} \quad \text{und} \quad \overline{P_nR_n}(\varphi) = \left(10 - \frac{6 \cdot \cos\varphi}{\sin(143{,}13° - \varphi)}\right)\text{cm}$$

B 3.5 Bei der Pyramide $P_2Q_2R_2T_2E$ ist die Seitenkante $[ER_2]$ genauso lang wie die Diagonale $[P_2R_2]$.
Berechnen Sie das zugehörige Maß φ. (Auf zwei Stellen nach dem Komma runden.)