Mathematik II

Aufgabe B 1 — Nachtermin

B 1.0 Die Parabel p verläuft durch die Punkte $P(-2\,|\,-3)$ und $Q(3\,|\,4{,}5)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = ax^2 + bx + 3$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $b \in \mathbb{R}$.
Die Gerade g ist festgelegt durch die Punkte $A(-1\,|\,-3)$ und $D(12\,|\,3{,}5)$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und b, dass die Parabel p die Gleichung $y = -0{,}5x^2 + 2x + 3$ hat und bestimmen Sie sodann die Koordinaten des Scheitelpunktes S der Parabel p. Zeichnen Sie die Parabel p für $x \in [-3;\ 6]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-4 \leqq x \leqq 7$; $-8 \leqq y \leqq 6$ — 4 P

B 1.2 Berechnen Sie die Gleichung der Geraden g und zeichnen Sie diese in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
[Ergebnis: $g:\ y = 0{,}5x - 2{,}5$] — 2 P

B 1.3 Begründen Sie rechnerisch, dass sich die Parabel p und die Gerade g in zwei Punkten schneiden. — 2 P

B 1.4 Punkte $B_n(x\,|\,-0{,}5x^2 + 2x + 3)$ und C_n auf der Parabel p sind zusammen mit dem Punkt $A(-1\,|\,-3)$ Eckpunkte von Dreiecken AB_nC_n. Die x-Koordinate der Punkte C_n ist um 3 kleiner als die Abszisse x der Punkte B_n.
Zeichnen Sie die Dreiecke AB_1C_1 für $x = 1{,}5$ und AB_2C_2 für $x = 5$ in das Koordinatensystem zu 1.1 ein.
Zeigen Sie sodann, dass für die Koordinaten der Punkte C_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte B_n gilt: $C_n(x-3\,|\,-0{,}5x^2 + 5x - 7{,}5)$ — 3 P

B 1.5 Berechnen Sie den Flächeninhalt A des Dreiecks AB_1C_1. — 3 P

B 1.6 Im Dreieck AB_2C_2 aus 1.4 besitzt der Winkel B_2AC_2 das Maß α.
Berechnen Sie α. — 3 P