Aufgabe B 1 **Haupttermin**

B 1.0 Die Raute ABCD mit den Diagonalen [AC] und [BD] ist die Grundfläche eines geraden Prismas ABCDEFGH. Der Punkt E liegt senkrecht über dem Punkt A. Der Schnittpunkt der beiden Diagonalen der Raute ABCD ist der Punkt T. Der Schnittpunkt der Diagonalen [EG] und [FH] der Raute EFGH ist der Punkt M.

Es gilt: $\overline{AC} = 10\text{ cm}$; $\overline{BD} = 6\text{ cm}$; $\overline{AE} = 7\text{ cm}$.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

B 1.1 Zeichnen Sie das Schrägbild des Prismas ABCDEFGH, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Berechnen Sie sodann das Maß des Winkels CAM.

[Ergebnis: $\sphericalangle CAM = 54{,}46°$] 3 P

B 1.2 Punkte P_n liegen auf der Strecke [AM]. Die Winkel P_nCA haben das Maß φ mit $\varphi \in]0°; 54{,}46°]$. Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten B und D die Eckpunkte von gleichschenkligen Dreiecken BDP_n mit der gemeinsamen Basis [BD]. Die Winkel BP_nD haben das Maß ε.

Zeichnen Sie das Dreieck BDP_1 für $\varphi = 30°$ in das Schrägbild zu 1.1 ein.

Für alle Dreiecke BDP_n gilt: $\varepsilon \in [46{,}40°; 72{,}79°]$.

Begründen Sie die obere Intervallgrenze. 3 P

B 1.3 Das Dreieck BDP_2 ist gleichseitig.

Ermitteln Sie rechnerisch die Länge der Strecke $[AP_2]$.

[Teilergebnis: $\overline{TP_2} = 5{,}20\text{ cm}$] 3 P

B 1.4 Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[CP_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{CP_n}(\varphi) = \frac{8{,}14}{\sin(54{,}46° + \varphi)}\text{ cm}.$$

2 P

B 1.5 Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden $ABCDP_n$ mit den Höhen $[P_nK_n]$, deren Fußpunkte K_n auf der Strecke [AT] liegen.

Zeichnen Sie die Pyramide $ABCDP_1$ und ihre Höhe $[P_1K_1]$ in das Schrägbild zu 1.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen V der Pyramiden $ABCDP_n$ in Abhängigkeit von φ.

[Ergebnis: $V(\varphi) = \frac{81{,}4 \cdot \sin\varphi}{\sin(54{,}46° + \varphi)}\text{ cm}^3$] 3 P

B 1.6 Das Volumen der Pyramide $ABCDP_3$ beträgt ein Viertel des Volumens des Prismas ABCDEFGH.

Berechnen Sie das zugehörige Winkelmaß φ. 3 P

Bitte wenden!