Mittlere-Reife-Prüfung 2019 Mathematik I Aufgabe B2

Aufgabe B2.

Das Quadrat ABCD mit dem Diagonalenschnittpunkt M ist die Grundfläche des geraden Prismas ABCDEFGH mit der Höhe [AE]. Der Schnittpunkt der Diagonalen [EG] und [FH] des Quadrats EFGH ist der Punkt N.

Es gilt: $\overline{\mathrm{AB}} = 7$ cm; $\overline{\mathrm{AE}} = 9$ cm.

Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

Aufgabe B2.1 (3 Punkte)

Zeigen Sie, dass für die Länge der Strecke [AC] gilt: $\overline{\mathrm{AC}} = 9,90$ cm.
Zeichnen Sie sodann das Schrägbild des Prismas ABCDEFGH, wobei die Strecke [AC] auf der Schrägbildachse und der Punkt A links vom Punkt C liegen soll.

Für die Zeichnung gilt: $q = \frac{1}{2}$; $\omega = 45°$.

Aufgabe B2.2 (2 Punkte)

Berechnen Sie die Länge der Strecke [CN] sowie das Maß des Winkels CNG.

[Ergebnis: $\measuredangle \mathrm{CNG} = 61,19°$]

Aufgabe B2.3 (2 Punkte)

Punkte P_n liegen auf der Strecke [CN]. Die Winkel $\mathrm{P}_n\mathrm{EN}$ haben das Maß φ mit $\varphi \in \,]0°; 42,27°]$.
Die Punkte P_n sind zusammen mit den Punkten N und E die Eckpunkte von Dreiecken $\mathrm{P}_n\mathrm{NE}$.
Zeichnen Sie das Dreieck $\mathrm{P}_1\mathrm{NE}$ für $\varphi = 38°$ in das Schrägbild zu B 2.1 ein und begründen Sie sodann die obere Intervallgrenze für φ.

Aufgabe B2.4 (2 Punkte)

Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Strecken $[\mathrm{NP}_n]$ in Abhängigkeit von φ gilt:

$$\overline{\mathrm{NP}_n}\ (\varphi) = \frac{4,95 \cdot \sin\varphi}{\sin\left(\varphi + 118,81°\right)} \text{ cm}$$

Aufgabe B2.5 (3 Punkte)

Die Punkte P_n sind die Spitzen von Pyramiden EFHP$_n$ mit den Höhen [P$_n$T$_n$], deren Fußpunkte T_n auf der Strecke [EG] liegen.
Zeichnen Sie die Pyramide EFHP$_1$ und ihre Höhe [P$_1$T$_1$] in das Schrägbild zu B 2.1 ein und ermitteln Sie sodann rechnerisch das Volumen V der Pyramiden EFHP$_n$ in Abhängigkeit von φ.

$$\left[\text{Teilergebnis: } \overline{\mathrm{P}_n\mathrm{T}_n}\ (\varphi) = \frac{4,34 \cdot \sin\varphi}{\sin\ (\varphi + 118,81^\circ)}\ \text{cm}\right]$$

Aufgabe B2.6 (4 Punkte)

Die Punkte P_n sind auch die Spitzen von Pyramiden ABCDP$_n$.
Für die Pyramiden EFHP$_2$ und ABCDP$_2$ gilt: $V_{\mathrm{EFHP}_2} = V_{\mathrm{ABCDP}_2}$.
Berechnen Sie den zugehörigen Wert für φ.