Mittlere-Reife-Prüfung 2014 Mathematik I Aufgabe B2

Aufgabe B2.

Das Drachenviereck $A\,B\,C\,D$ mit der Symmetrieachse $A\,C$ ist die Grundfläche der Pyramide $A\,B\,C\,D\,S$, deren Spitze S senkrecht über dem Diagonalenschnittpunkt M der Grundfläche $A\,B\,C\,D$ liegt.
Es gilt: $\overline{A\,C} = 9,5$ cm; $\overline{A\,M} = 3,5$cm; $\overline{B\,D} = 8$cm; und $\measuredangle S\,C\,A = 60°$.
Runden Sie im Folgenden auf zwei Stellen nach dem Komma.

Aufgabe B2.1 (4 Punkte)

Zeichnen Sie das Schrägbild der Pyramide $A\,B\,C\,D\,S$, wobei die Diagonale $[A\,C]$ auf der Schrägbildachse und A links von C liegen soll.
Für die Zeichnung gilt: $q = 0,5$; $\omega = 45°$.
Berechnen Sie sodann die Längen der Strecken $[S\,M]$ und $[S\,C]$ sowie das Maß des Winkels $A\,S\,C$.
[Ergebnisse: $\overline{S\,M} = 10,39$ cm; $\overline{S\,C} = 12$ cm; $\measuredangle A\,S\,C = 48,62°$]

Aufgabe B2.2 (1 Punkt)

Auf der Kante $[C\,S]$ liegt der Punkt G mit $\overline{C\,G} = 4$ cm, auf der Kante $[A\,S]$ liegen Punkte E_n. Die Winkel $E_n\,G\,C$ haben das Maß φ mit $\varphi \in [95,21°; 180°[$.
Die Punkte E_n und der Punkt G sind zusammen mit Punkten $F_n \in [B\,S]$ und $H_n \in [D\,S]$ die Eckpunkte von Drachenvierecken $E_n\,F_n\,G\,H_n$ mit den Diagonalenschnittpunkten M_n.
Die Diagonalen $[F_n\,H_n]$ liegen parallel zu $[B\,D]$.
Zeichnen Sie den Punkt M_1 sowie das Drachenviereck $E_1\,F_1\,G\,H_1$ für $\varphi = 130°$ in die Zeichnung zu B 2.1 ein.

Aufgabe B2.3 (4 Punkte)

Zeigen Sie durch Rechnung, dass sich die Länge der Strecken $[E_n\,G]$ in Abhängigkeit von φ wie folgt darstellen lässt:
$\overline{E_n\,G}(\varphi) = \dfrac{6,00}{\sin(\varphi - 48,62°)}$ cm.
Geben Sie die minimale Länge $\overline{E_0\,G}$ und das zugehörige Winkelmaß φ an.

Aufgabe B2.4 (4 Punkte)

Bestimmen Sie die Länge der Strecken $[F_n\,H_n]$ in Abhängigkeit von φ.

$$\left[\text{Ergebnis: } \overline{F_n\,H_n}(\varphi) = \frac{6,16 \cdot \sin\varphi}{\sin(\varphi - 30°)} \text{ cm}\right]$$

Aufgabe B2.5 (4 Punkte)

Die Drachenvierecke $E_n\,F_n\,G\,H_n$ bilden die Grundflächen von Pyramiden $E_n\,F_n\,G\,H_n\,S$ mit der Spitze S. Punkte $T_n \in E_n\,G$ sind die Fußpunkte der Höhen $[T_n\,S]$ der Pyramiden $E_n\,F_n\,G\,H_n\,S$.
Zeichnen Sie die Höhe $[T_1\,S]$ in die Zeichnung zu B 2.1 ein und berechnen Sie das Volumen der Pyramide $E_1\,F_1\,G\,H_1\,S$.