Mittlere-Reife-Prüfung 2014 Mathematik II Aufgabe B1

Aufgabe B1.

Die Parabel p_1 verläuft durch die Punkte $P(-2|-2)$ und $Q(8|3)$. Sie hat eine Gleichung der Form $y = a\,x^2 + b\,x + 3$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, $b \in \mathbb{R}$ und $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Die Parabel p_2 besitzt die Gleichung $y = \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x - 2$ mit $\mathbb{G} = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

Aufgabe B1.1 (4 Punkte)

Zeigen Sie durch Berechnung der Werte für a und b, dass die Parabel p_1 die Gleichung $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 3$ besitzt. Zeichnen Sie sodann die Parabeln p_1 und p_2 für $x \in [-2; 9]$ in ein Koordinatensystem.
Für die Zeichnung: Längeneinheit 1 cm; $-3 \leqq x \leqq 10$; $-3 \leqq y \leqq 8$.

Aufgabe B1.2 (2 Punkte)

Punkte $A_n\left(x|-\frac{1}{4}x^2 + 2x + 3\right)$ auf der Parabel p_1 und Punkte $C_n\left(x|\frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{2}x - 2\right)$ auf der Parabel p_2 haben dieselbe Abszisse x. Sie sind zusammen mit Punkten B_n und D_n für $x \in]-1,61; 8,28[$ Eckpunkte von Rauten $A_n\,B_n\,C_n\,D_n$ mit den Diagonalenschnittpunkten M_n.
Für die Länge der Diagonalen $[B_n\,D_n]$ gilt: $\overline{B_n\,D_n} = 5$ LE.
Zeichnen Sie die Rauten $A_1\,B_1\,C_1\,D_1$ für $x = 1$ und $A_2\,B_2\,C_2\,D_2$ für $x = 7$ in das Koordinatensystem zu B 1.1 ein.

Aufgabe B1.3 (1 Punkt)

Zeigen Sie durch Rechnung, dass für die Länge der Diagonalen $[A_n\,C_n]$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$\overline{A_n\,C_n}(x) = \left(-0,375x^2 + 2,5x + 5\right)$ LE.

Aufgabe B1.4 (4 Punkte)

Unter den Rauten $A_n\,B_n\,C_n\,D_n$ gibt es Rauten $A_3\,B_3\,C_3\,D_3$ und $A_4\,B_4\,C_4\,D_4$, für die gilt: $\overline{A_3\,B_3} = \overline{A_4\,B_4} = 4$ LE.
Berechnen Sie die Koordinaten der Punkte A_3 und A_4.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma.

Aufgabe B1.5 (3 Punkte)

Unter den Diagonalen $[A_n\,C_n]$ hat die Diagonale $[A_0\,C_0]$ die maximale Länge. Berechnen Sie die Länge der Strecke $[A_0\,C_0]$ und den zugehörigen Wert für x.
Berechnen Sie sodann den Flächeninhalt der Raute $A_0\,B_0\,C_0\,D_0$.
Runden Sie auf zwei Stellen nach dem Komma. [Ergebnis: $\overline{A_0\,C_0} = 9,17$ LE]

Aufgabe B1.6 (3 Punkte)

Begründen Sie rechnerisch, dass für das Maß der Winkel $\measuredangle A_n\,D_n\,M_n$ gilt:
$\measuredangle A_n\,D_n\,M_n < 65^\circ$.